



# *The coefficient of soil volume compressibility, $m_v$ , in Numerical simulation of unconfined aquifer response to pumping test*

## **Coefficient de changement de volume $m_v$ dans la simulation numérique de la réponse des aquifères à nappe libre aux essais de pompage**

Lydia Benmouhoub  
Laboratoire de Recherches en Sciences de l'EAU (LRS-EAU). École Nationale Polytechnique- Alger- Algérie,

Djaouida Chenaf,  
Civil Engineering Department, Royal Military College of Canada, Kingston, Ontario, Canada

Ahmed Kettab  
Laboratoire de Recherches en Sciences de l'EAU (LRS-EAU). École Nationale Polytechnique- Alger- Algérie,

### ABSTRACT

The aquifer tests are widely used in practice to determine the hydrodynamic characteristics of unconfined aquifers. The numerical simulations of these tests require a good understanding of the physical phenomena involved. The coefficient, of volume compressibility  $m_v$ , is an important soil characteristic for unsteady state analysis of groundwater flow toward a pumping well. The introduction of an erroneous value induces wrong numerical results. This paper, presents the influence of the values of the coefficient of volume compressibility  $m_v$  on the numerical simulations of the groundwater flow to pumping well in unconfined aquifer and illustrate the importance of the adequate selection of the value of this coefficient to use in numerical analysis.

### RÉSUMÉ

Les essais d'aquifères sont très utilisés en pratique pour la détermination des caractéristiques hydrodynamiques des aquifères à nappe libres. Les analyses sont réalisées à l'aide de la méthode des éléments finis. Son utilisation exige une bonne compréhension des phénomènes physiques impliqués, et une connaissance des méthodes utilisées pour représenter le milieu et solutionner le problème. Le coefficient de changement de volume est un élément important à introduire dans l'analyse numérique. L'introduction d'un coefficient de changement de volume erroné dans l'analyse numérique induit des résultats non fiables. Par cette étude, l'influence de ce coefficient de compressibilité sur la réponse d'un aquifère à nappe libre est évalué et l'importance du bon choix de ce paramètre à introduire est mise en évidence.

### 1 INTRODUCTION

La résolution de l'équation d'écoulement des eaux souterraines vers un puits de captage en régime transitoire nécessite la connaissance de la courbe de la teneur volumique en fonction des pressions d'eau interstitielles. Le coefficient d'emmagasinement est directement relié à la variation de la teneur en eau volumique avec la pression d'eau interstitielle. Cette variation est reliée à la compressibilité du milieu. L'essai de pompage demeure l'un des moyens les plus utiles pour déterminer les propriétés hydrauliques et hydrodynamiques (transmissivité  $T$  et emmagasinement  $S$ ) des formations aquifères. Les méthodes d'interprétations de ces essais étant basées sur diverses hypothèses simplificatrices de la réalité, dans la plupart des cas. Ainsi, la qualité associée à la détermination de ces paramètres hydrodynamiques reste étroitement liée à l'applicabilité de la méthode d'interprétation au cas à interpréter. L'influence de la valeur du coefficient de compressibilité sur ces propriétés sera étudiée. Il est montré par ce travail que la valeur de ce paramètre affecte la forme de la courbe de rabattement–temps d'un aquifère

à nappe libre sachant que cette forme est la base de l'interprétation par la méthode graphique

### 2 PROBLÉMATIQUE

Le coefficient de changement de volume est un élément important à introduire dans l'analyse numérique. Ce coefficient est obtenu par l'essai œdométrique et varie selon le type de sol. Une bonne compréhension de  $m_v$  est nécessaire, l'introduction d'un coefficient de changement de volume erroné dans l'analyse numérique induit des résultats non fiables. Pour cela on propose une étude pour investiguer l'influence de la variation du coefficient de compressibilité du volume  $m_v$  sur les résultats d'analyse des essais de pompage des aquifères à nappes libres et de l'importance de la valeur de ce coefficient à introduire dans cette analyse.

### 3 EQUATIONS DE L'ÉCOULEMENT SOUTERRAIN

La méthode des éléments finis utilisée est formulée pour l'écoulement de l'eau souterrain dans les milieux saturés et non saturés est soumis à la loi de Darcy (1856) défini ci-dessous :

$$v = -Ki \dots \dots \dots [1]$$

Où  $v$  est la vitesse de Darcy

$K$  est le coefficient de conductivité hydraulique, et  $i$  est le gradient hydraulique.

L'équation aux dérivées partielles de l'écoulement souterrain exprimée en 2D dans le plan vertical ( $x, z$ ) découlant de l'équation de continuité de Richards (1931) est :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x(u_w) \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z(u_w) \frac{\partial h}{\partial z} \right) + Q = \frac{\partial \theta_w}{\partial t} \dots \dots \dots [2]$$

Où :

$K_x(u_w)$  : fonction de la conductivité hydraulique dans la direction  $x$ , m/s

$K_z(u_w)$ : fonction de la conductivité hydraulique dans la direction  $z$ , m/s

$Q$  : débit de recharge ou de pompage ( $m^3/m.s$ )

$t$  : temps (s)

$h$ : charge hydraulique (m)

$\theta_w$  : teneur en eau volumique

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = m_v \gamma_w \frac{\partial h}{\partial t} \dots \dots \dots [3]$$

$m_v$ : (la pente de la courbe  $\theta(u)$ ).

La variation de la teneur en eau dans le temps en fonction de la variation de  $h$  dans le temps est étroitement liée à la compressibilité du milieu.

### 4 DÉFINITION DU COEFFICIENT DE CHANGEMENT DE VOLUME

Le coefficient de changement de volume  $m_v$  est défini comme la compression d'une couche de sol par unité d'épaisseur originale par incrément unitaire de la contrainte effective dans le domaine de chargement au delà de la contrainte de préconsolidation.

Le coefficient  $m_v$  représente aussi la pente de la courbe de compression, mettant en relation la compression unitaire  $\epsilon_v$  en fonction de la contrainte effective  $\sigma'_v$ , obtenue par l'essai œdométrique qui a pour but de déterminer les caractéristiques de compressibilité d'un sol qui permettent d'estimer le calcul du tassement de ce sol  $m_v$  s'exprime par la relation suivante :

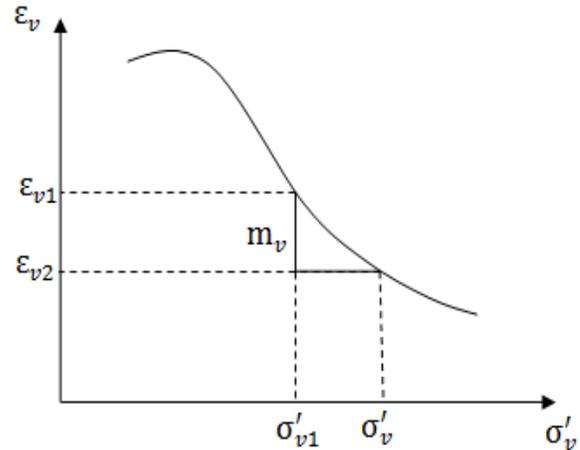
$$m_v = \frac{d\epsilon_v}{d\sigma'_v} = \frac{\Delta\epsilon_v}{\Delta\sigma'_v} = \frac{1}{D} \dots \dots \dots [4]$$

Où

$\epsilon_v$  : La déformation unitaire,  $\sigma'_v$  : la contrainte effective.,  $D$  : le module œnométrique.

$$m_v = \frac{\Delta e}{(1+e)\Delta\sigma'} = \frac{\Delta\epsilon_v}{\Delta\sigma'} \dots \dots \dots [5]$$

Le module œdométrique n'est pas constant. Il dépend de l'état initial et de l'intervalle de contrainte  $\Delta\sigma'$ , comme on peut le constater sur la figure suivante (Figure 1) :



Figure° 1 : Courbe de compressibilité.

Dans l'analyse numérique le coefficient de changement de volume  $m_v$  représente la pente de la courbe de la teneur en eau en fonction de la pression interstitielle.

Comme Équation de Bernoulli définissant la charge hydraulique totale  $h$  :

$$h = z + \frac{u}{\gamma_w} \dots \dots \dots [6]$$

Et sachant que :

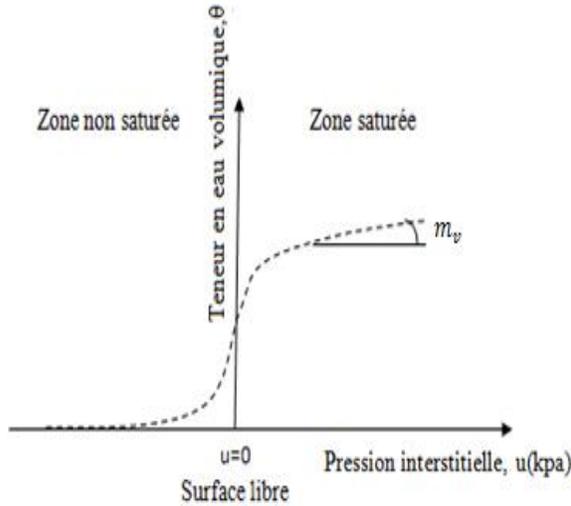
$$\frac{\partial h}{\partial u} = \frac{1}{\gamma_w} \dots \dots \dots [7]$$

Et

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial u} = m_v \dots \dots \dots [8]$$

Donc les équations [5] et [6] deviennent :

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial u} = \frac{\partial \epsilon_v}{\partial \sigma'_v} \dots \dots \dots [9]$$



Figure° 2 : Teneur en eau volumique du sol en fonction de la pression interstitielle

Dans le code numérique utilise, la valeur par défaut de  $m_v$  est de  $10^{-5} \text{ kPa}^{-1}$  pour un aquifère saturé et non-saturé, par contre, en cas de saturation, le coefficient de compressibilité n'a aucune influence sur l'analyse.

### 5 ESTIMATION DU COEFFICIENT D'EMMAGASINEMENT

Le coefficient d'emménagement est défini comme le volume d'eau libéré ou emmagasiné à travers une surface d'aire égale à l'unité, pour une unité de variation de la charge hydraulique normale à cette surface. En nappe captive seule l'eau libérée par dépression (réarrangement des grains) est prise en compte, alors qu'en nappe libre, l'eau libérée par gravité (porosité efficace) y est additionnée.

$$S = S_Y + S_a b \dots \dots \dots [10]$$

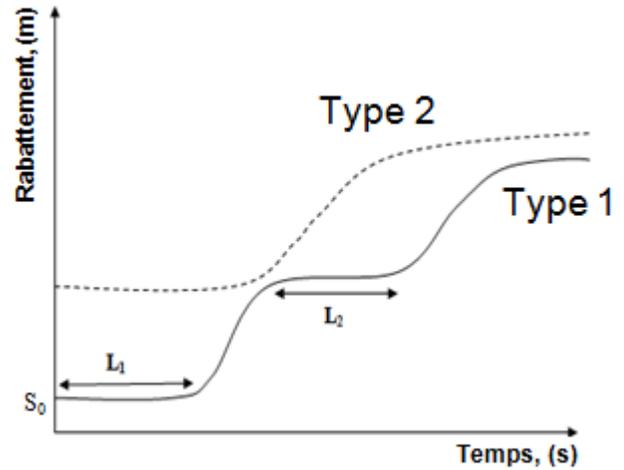
$S_y$  représente le volume d'eau libéré par gravité (débit spécifique), par unité de rabattement et par unité de surface horizontale (coefficient d'emménagement retardé qui équivaut à la porosité efficace)

$S_a$  représente le volume d'eau libérée instantanément de l'emménagement par unité de rabattement et par unité de surface horizontale

### 6 SIMULATION DE L'ESSAI DE POMPAGE D'UN AQUIFER À NAPPE LIBRE

Il s'agit d'un aquifère à nappe libre horizontal, d'épaisseur constante, homogène et isotrope. La base de l'aquifère représente une frontière imperméable (aquitard). Une charge constante ( $H=9\text{m}$ ) est appliquée sur la frontière droite du modèle représentant la recharge à la périphérie ( $r = 300\text{m}$ ). A  $r = 0,1\text{m}$ , une charge de  $h_w=5$  représentant la paroi du puits est appliquée. Le rabattement au puits est donc de  $s_w=4 \text{ m}$ . Le modèle numérique considéré est axisymétrique. Le maillage en éléments

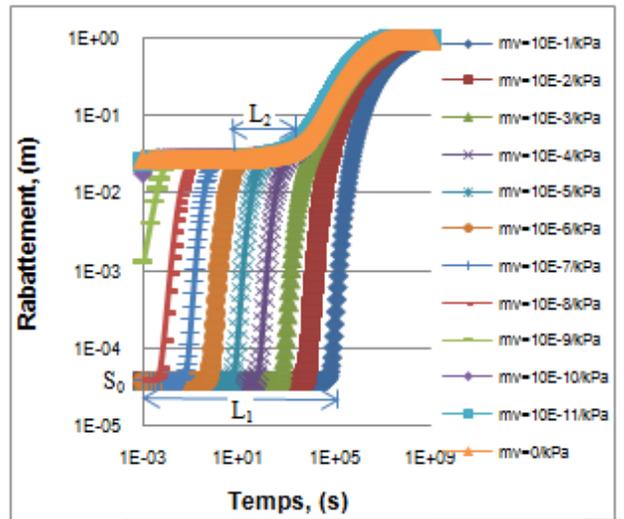
finis de ce modèle est représenté par 5730 éléments avec un nombre total de nœuds de 5960. Le pompage est simulé pour une durée de  $10^9 \text{ s}$ , et les courbes de rabattement en fonction du temps de types 1 et 2 sont obtenues.



Figure°3 : Courbe de rabattement versus temps, s vs t de types 1 et 2

### 7 COURBE DE RABATTEMENT EN FONCTION DU TEMPS POUR DIFFÉRENTES VALEURS DE $m_v$

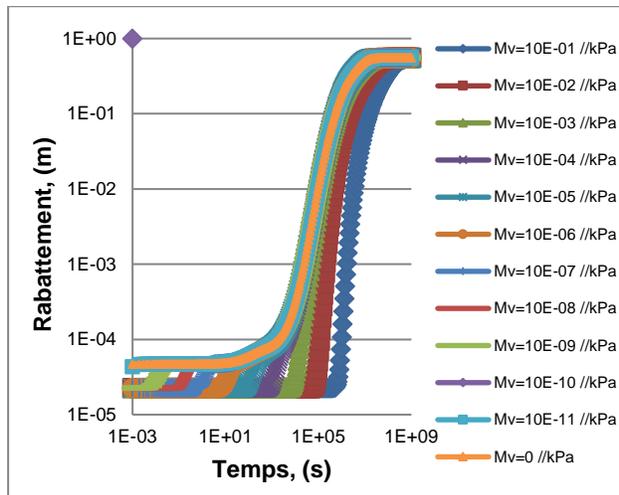
La figure°4 illustre les courbes de rabattements en fonction du temps à  $r=15 \text{ m}$  de l'axe du puits de pompage, obtenues numériquement pour des valeurs du coefficient de compressibilité variant de 0 (milieu non compressible) à  $1 \times 10^{-1} / \text{kPa}$ .



Figure°4 : rabattement en fonction du temps pour différents coefficients de compressibilité  $m_v$  à une distance  $r = 15\text{m}$  du puits de pompage.

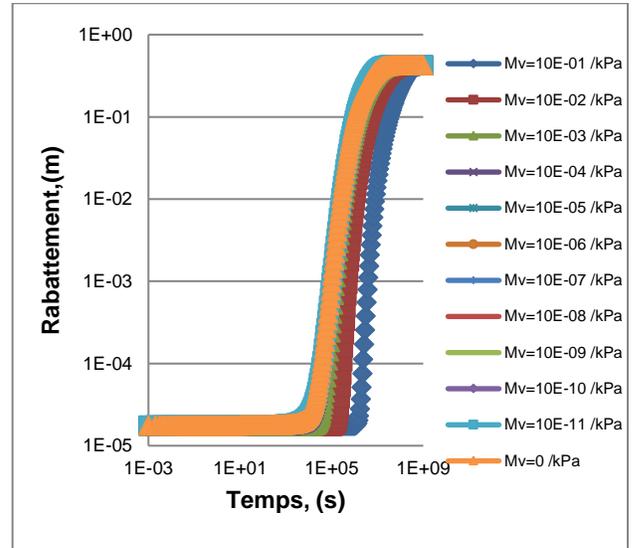
On peut constater que pour un coefficient de compressibilité de volume nul  $m_v= 1\text{E-}01/\text{kPa}$  et  $m_v= 1\text{E-}02 / \text{kPa}$ , la courbe de rabattement versus temps est de type 2 malgré

l'introduction des données d'un aquifère à nappe libre. La forme en S de la courbe de rabattement en fonction du temps commence à se voir à partir du coefficient  $m_v = 10E-04$  /kPa et devient plus prononcée pour  $m_v = 10E-05$  /kPa. Cette valeur représente la valeur par défaut suggérée à introduire dans l'analyse. Lorsque le coefficient de compressibilité  $m_v$  est tel que :  $10E-04$  /kPa  $\leq m_v \leq 10E-09$  /kPa, on remarque que la courbe est de type 1, mais le temps intermédiaire (la partie aplatie) prend plus de temps, plus on diminue le coefficient de compressibilité plus le temps de réponse dans la partie aplatie de la courbes allonge. Aussi, le rabattement au début du pompage dépend de la valeur du coefficient  $m_v$ . Les courbes de rabattement-temps type 1 commence à disparaître pour un coefficient de compressibilité  $m_v = 10E-10$  /kPa et disparaît complètement pour une valeur de  $m_v = 10E-11$  /kPa et  $m_v = 0$ /kPa. On peut aussi observer un rabattement  $s$ , instantané et qui se conserve, cela veut dire que  $s$ , est plus ou moins indépendant du temps pour  $m_v \leq 10E-09$  /kPa. Par contre, pour des valeurs de  $m_v \geq 10E-09$  /kPa, le rabattement  $s_0$  dépend du temps et plus  $m_v$  augmente, plus le temps de réponse  $L_1$  de l'aquifère augmente, et la partie aplatie  $L_2$  diminue c'est-à-dire que le drainage vertical devient plus rapide. Ainsi, il est facile de conclure que lorsque le coefficient  $m_v$  augmente, le drainage instantané de l'aquifère augmente et le temps du drainage vertical diminue.

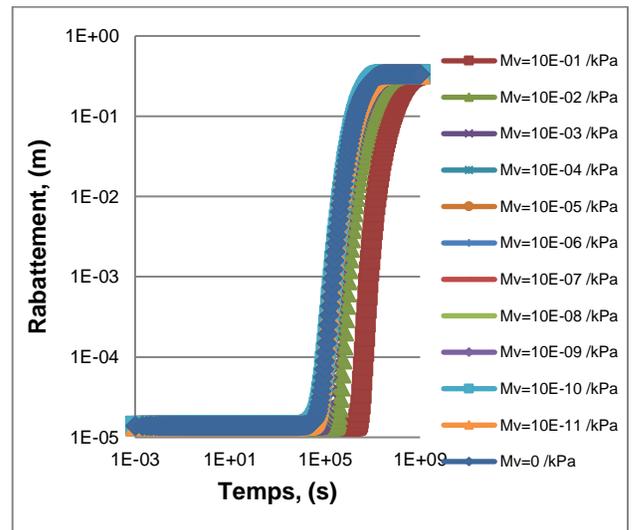


Figure°5 : Rabattement en fonction du temps pour différents coefficients de compressibilité  $m_v$  à  $r=50$  M du puits de pompage.

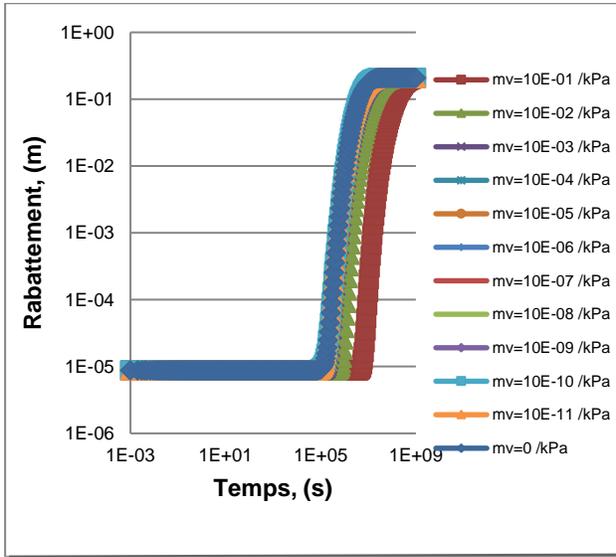
La figure 5 ci-dessus, présente une comparaison des courbes de rabattement versus temps pour différents coefficients de compressibilité du volume  $m_v$  à 50 m du puits de pompage. On peut constater la même chose que pour une distance radiale de 15 m, c'est-à-dire que les courbes sont de type 1 pour une valeur du coefficient de compressibilité  $m_v$  compris entre  $10E-4$  /kPa, et  $10E-09$  /kPa



Figure°6 : Rabattement en fonction du temps pour différents coefficients de compressibilité  $m_v$  à  $r=75$  m du puits de pompage.



Figure°7 : Rabattement en fonction du temps pour différents coefficients de compressibilité  $m_v$  à  $r=100$  m du puits de pompage.

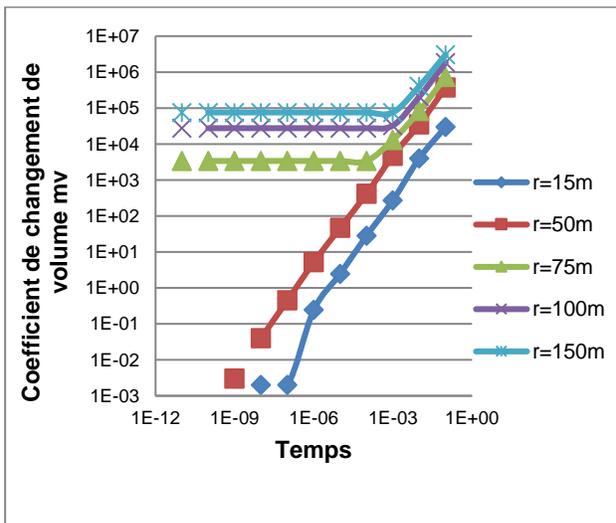


Figure°8 : Rabattement en fonction du temps pour différents coefficients de compressibilité  $m_v$  à  $r=150$  m du puits de pompage.

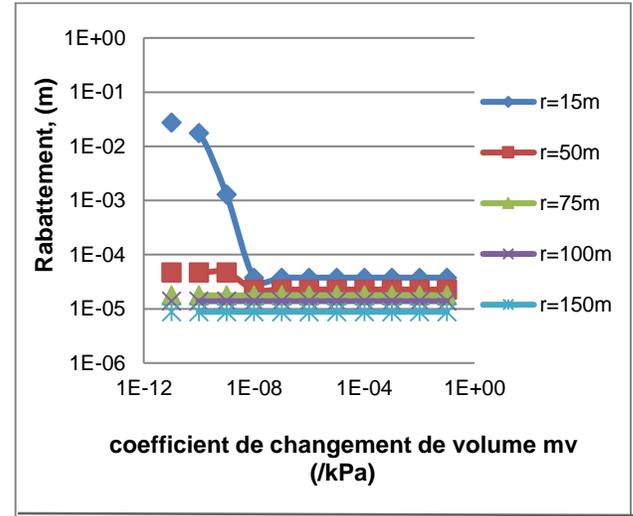
À une distance supérieure à 75 m de l'axe du puits de pompage, les courbes de type 1 disparaissent comme on peut le voir sur les figures 6,7 et 8, on constate aussi que le début du rabattement est plus lent pour un coefficient de compressibilité  $M_v \geq 10E-02$  /kPa.

Pour  $M_v \leq 10E-03$  /kPa, on remarque que les courbes de rabattement en fonction du temps sont superposés, on peut dire que le coefficient de compressibilité n'a plus aucune influence sur les courbes

On peut voir sur la figure 9 que plus la valeur du coefficient de changement de volume augmente, plus le temps de repense au pompage de l'aquifère  $L_1$  augmente. Néanmoins, pour une valeur  $1E-10 \leq m_v \leq 0$ , le temps n'a pas d'influence sur le rabattement au début du pompage car ce dernier est instantané. Sur la figure 10, à  $r=15m, 50m$



Figure°9: Temps de réponse de l'aquifère en fonction du coefficient de changement de volume  $m_v$  pour différent rayon d'influence.



Figure°10 : Rabattement  $s(t_1)$  en fonction du coefficient de changement de volume  $m_v$  pour différent rayon d'influence

On constate que le rabattement au début de pompage  $s_0$  à  $t=0.001s$  diminue avec l'augmentation du coefficient de changement de volume pour  $1E-E08 \leq m_v \leq 0$ , puis se stabilise pour  $m_v \geq 1E-E07$ .

À  $r=75m, 100m, 150m$

On peut voir que le coefficient de changement de volume n'a aucune influence sur le rabattement  $s_0$

Tableau 1 : Comparaison des valeurs des paramètres hydrodynamiques ( $T, S_a, S_y$ ) introduites avec celles obtenues numériquement par la méthode de Neumann (1975) à la distance  $r=15m$  de l'axe du puits de pompage

Valeurs introduites	r=15m			
	$m_v$ (kPa <sup>-1</sup> )	T (10 <sup>-4</sup> m <sup>2</sup> /s)	$S_a$ (x10 <sup>-4</sup> )	$S_y$
$T = 9.00 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$	10E-01	10	-	1.940
	10E-02	10	-	2.010
	10E-03	60	-	2.220
	10E-04	10.2	5420	0.323
$S_y = 0.278$	10E-05	9	7.0	0.102
	10E-06	9	4.0	0.311
	10E-07	9	5.0	0.778
	10E-08	9	4.88	0.194
	10E-09	8.3	5.0	0.106
10E-10	10	-	-	1.830
10E-11	0.16	-	-	0.973
00E-00	0.16	-	-	0.972

Tableau 9 : Comparaison des valeurs des paramètres introduits avec celles obtenues par la méthode de Neuman (1975) à r=50m

r = 50 m				
Valeurs introduites	Valeurs calculées			
	$m_v$ (kPa <sup>-1</sup> )	T (10 <sup>-4</sup> m <sup>2</sup> /s)	S <sub>a</sub> (x 10 <sup>-4</sup> )	S <sub>y</sub>
T = 9.00 x 10 <sup>-4</sup> m <sup>2</sup> /s	10E-01	83	-	2.005
	10E-02	83	-	2.010
	10E-03	61.1	-	2.220
S <sub>a</sub> =1.02x10 <sup>-6</sup>	10E-04	12.2	32500	0.570
	10E-05	9.17	4.2	0.180
S <sub>y</sub> = 0.278	10E-06	9.17	3.0	0.549
	10E-07	9.17	4.0	0.993
	10E-08	9.17	3.75	0.342
	10E-09	8.46	4.0	0.187
	10E-10	83	-	3.229
	10E-11	0.163	-	1.717
	00E-00	0.163	-	1.715

Le tableau let 2 ci-dessus résume le calcul des paramètres physiques de l'aquifère homogène et isotrope par la méthode des courbes types de Neuman (1975) à r=15m et à r=50m, pour différentes valeurs de  $m_v$  ainsi que les valeurs des paramètres introduits dans l'analyse numérique.

On peut constater sur les deux tableaux 1 et 2 que pour une valeur  $10E-5$  /kPa  $\leq m_v \leq 10E-9$  /kPa les valeurs de la transmissivité est la même, par contre les valeurs de l'emmagasinement élastique et le débit spécifique sont légèrement différentes mais garde le même ordre de grandeur. Cependant au-delà  $m_v \leq 10^{-10}$ /kPa et  $m_v \geq 10^{-4}$ /kPa, les valeurs de la transmissivité sont différentes des valeurs introduites, l'emmagasinement élastique ne peut pas être calculé car les courbes ne sont pas en forme de S et les valeurs du débit spécifique sont différentes de celles introduites.

#### 10 COMPARAISON DES VALEURS DE LA TRANSMISIVITÉ OBTENUES PAR LA MÉTHODE DE NEUMAN ET CELLES INTRODUITES DANS L'ANALYSE NUMÉRIQUE EN FONCTION DU COEFFICIENT DE COMPRESSIBILITÉ À DIFFÉRENTES DISTANCE r

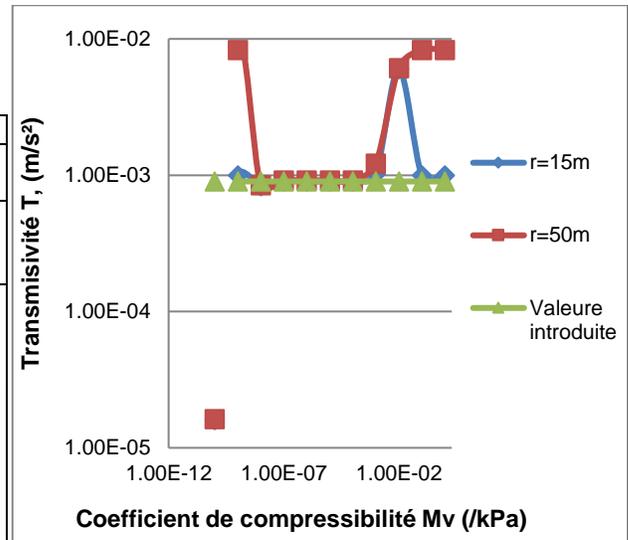


Figure 11: Comparaison des valeurs de la transmissivité obtenues par la méthode de Neuman et celles introduites dans l'analyse numérique en fonction du coefficient de compressibilité du volume  $m_v$  à r= 50m et r=15m.

#### 11 COMPARAISON DES VALEURS DE L'EMMAGASINEMENT ÉLASTIQUE OBTENUES PAR LA MÉTHODE DE NEUMAN ET CELLES INTRODUITES DANS L'ANALYSE NUMÉRIQUE EN FONCTION DU COEFFICIENT DE COMPRESSIBILITÉ DU VOLUME $m_v$ À DIFFÉRENT R.

La courbe 9 confirme ce qui a été dit auparavant, c'est-à-dire que pour une valeur du coefficient de compressibilité du volume  $10E-5$  /kPa  $\leq m_v \leq 10E-9$  /kPa les valeurs de la transmissivité et celle de l'emmagasinement élastique sont très proche de celle introduite dans l'analyse numérique, alors qu'au-delà ;  $10E-4$  /kPa  $\leq m_v \leq 10E-9$  /kPa, les valeurs de la transmissivité et de l'emmagasinement élastique sont différentes.

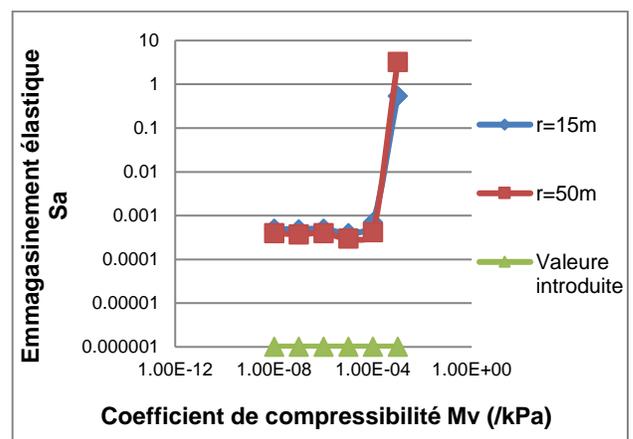
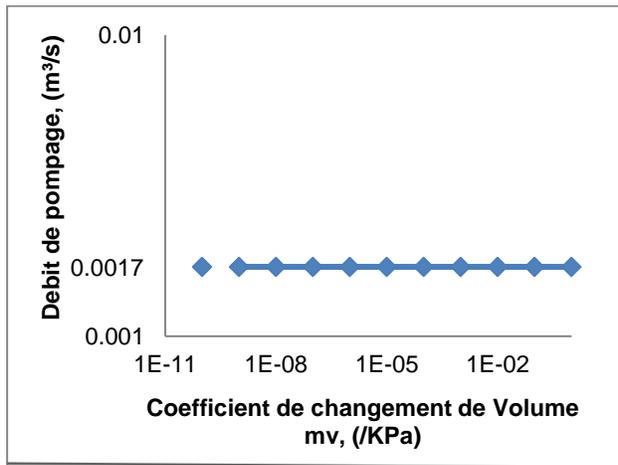
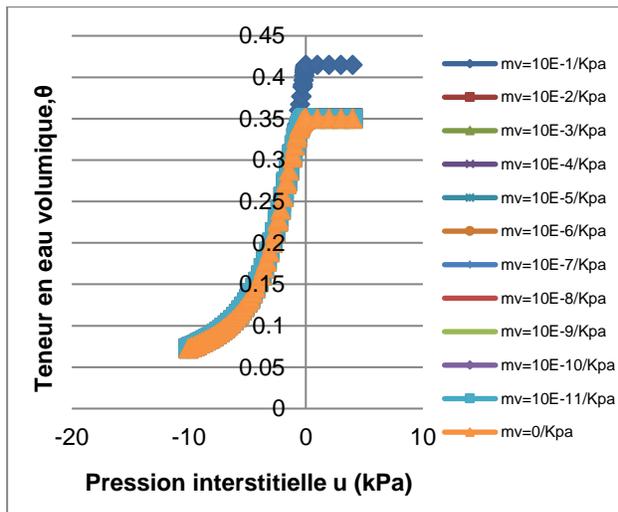


Figure 12: Comparaison des valeurs de l'emmagasinement élastique obtenues par la méthode de Neuman et celle introduites dans l'analyse numérique en fonction du coefficient de compressibilité du volume  $M_v$  à r= 15m et 50.



Figure°13: Représentation du débit de pompage en fonction des différents coefficients de changement de volume  $m_v$ .

La figure 13 montre que le coefficient  $m_v$ , n'a aucune influence sur le débit de pompage. Ce dernier est constant quel que soit la valeur de  $m_v$ .



Figure°14: Comparaison des courbes caractéristiques des différents modèles en fonction du coefficient de changement de volume  $m_v$

On peut constater sur la figure 14 que le coefficient de changement de volume n'a pas une grande influence sur la teneur en eau versus la pression interstitielle, sauf pour la valeur très enlevée de  $m_v=10E-1/Kpa$

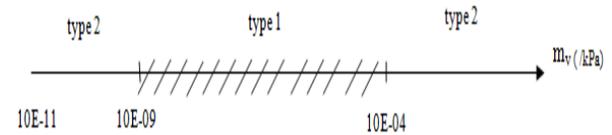
L'influence du coefficient de changement de volume  $m_v$  sur les courbes de rabattement-temps obtenues des simulations numériques de l'essai de pompage dans un aquifère à nappe libre est investiguée dans ce travail. Il est montré que la courbe de rabattement est étroitement liée à la valeur  $dm_v$ . Pour des valeurs de  $m_v$  entre  $10^{-4}$  et  $10^{-9}$   $kPa^{-1}$ , la courbe de rabattement-temps prend la forme en S (courbes de type 1) et les valeurs de l'emmagasinement élastique et de la transmissivité sont proches de celles introduites. Pour l'épaisseur de l'aquifère que nous avons considéré, les valeurs  $m_v$  devient négligeable pour des distances radiales supérieures à 50 m. Pour des valeurs du coefficient de changement de volume tel que  $10^{-9} kPa^{-1} \geq m_v \geq 10^{-4} kPa^{-1}$ , les courbes de rabattements en fonction du temps sont de type 2. Lorsque  $10E-04 /kPa \leq m_v \leq 10E-09 /kPa$ , les courbes de rabattement-temps est de type 2, néanmoins, la partie aplatie de la courbe est de plus en plus longue avec la diminution du coefficient  $m_v$ .

La valeur par défaut recommandée pour  $m_v$  de  $10^{-5} kPa^{-1}$  ne donne pas des résultats uniques.

Le rabattement au premier segment de la courbe en forme de S est plus rapide avec la diminution de la valeur du coefficient de compressibilité  $m_v$ .

Le rabattement au début du pompage à  $t= 0.001s$  varie avec la variation du coefficient de compressibilité du volume  $m_v$ .

Ci-dessous le schéma récapitulatif des intervalles de valeurs  $m_v$  ou apparaissent les courbes type 1 et 2



REMERCIEMENTS

Ce travail a été soutenu par le Programme de Recherche Universitaire (PRU/ARP) du collège Militaire Royal du Canada à travers une subvention de recherche accordée au deuxième auteur visant à améliorer la fiabilité des essais d'aquifères. Ce support financier est apprécié avec gratitude. Les auteurs remercient également les membres du département de l'hydraulique de l'École Nationale Polytechnique d'Alger, Algérie, où cette étude a été réalisée.

RÉFÉRENCES

**DARCY, H. (1856).** Les fontaines publiques de la Ville de Dijon, Victor Dalmont, Paris.

**NEUMAN, S. P. (1975).** Analysis of pumping test data from anisotropic unconfined aquifers considering delayed gravity response. Water Resources Research. Vol. 11, n°2, pp. 329-342.

**RICHARDS, L.A.(1931).** Capillary conduction of liquids through porous medium. J. Physics. p.318-333.